Machines électriques

pour Génie Mécanique

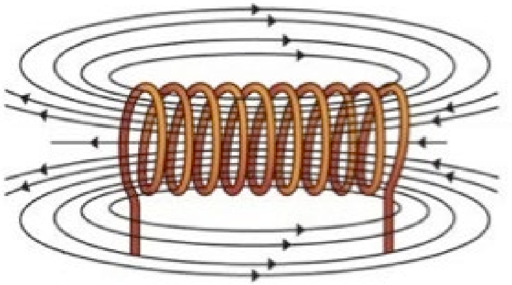
Circuit magnétique

André Hodder

v5

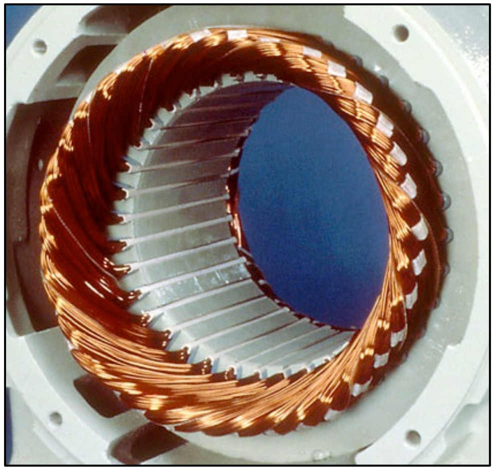
Sommaire

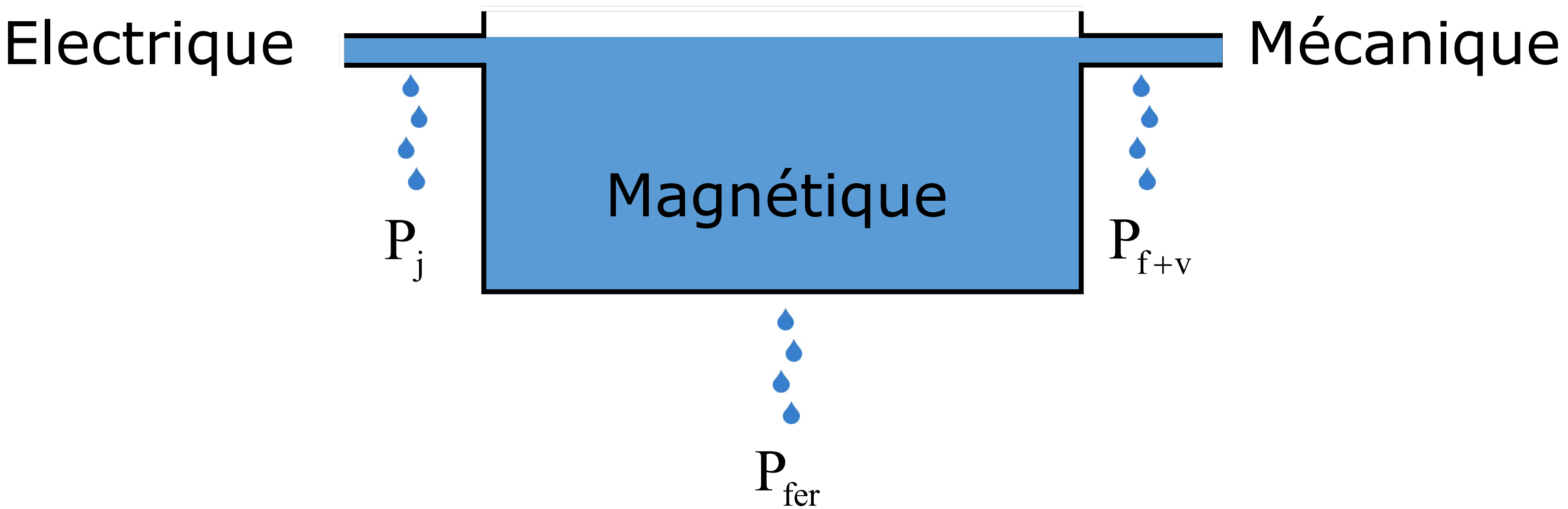
Inductances



Magnétique

Electrique Mécanique

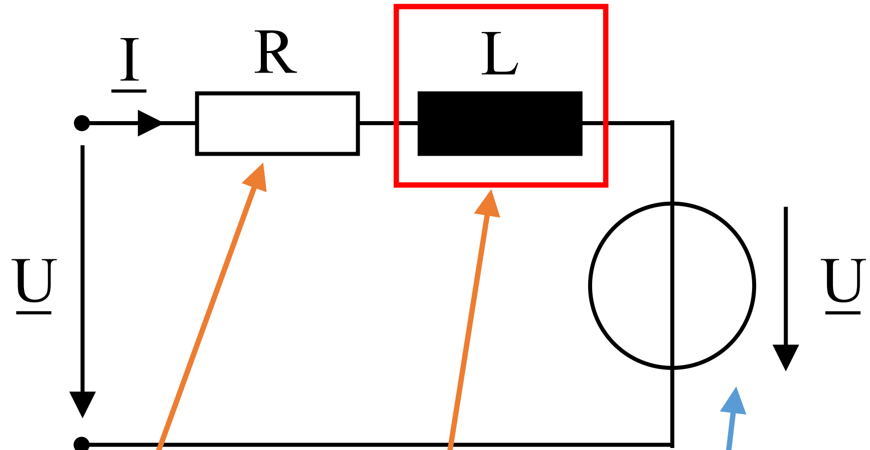


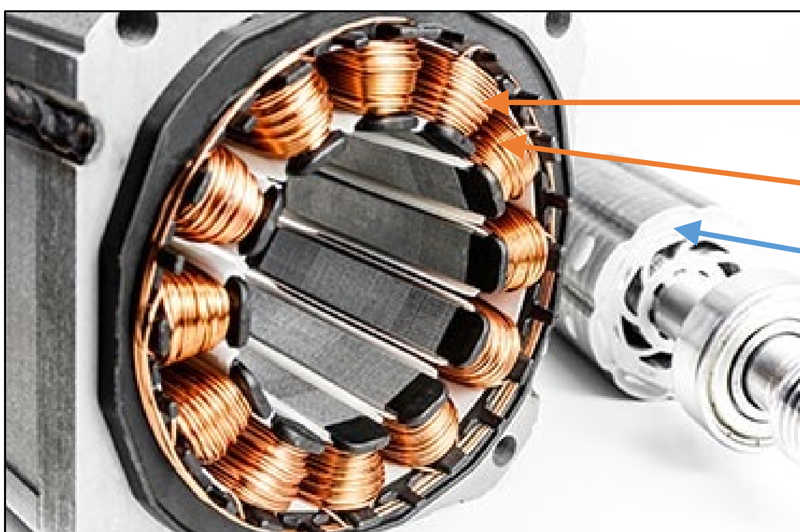


Inductances

Stator
(partie fixe)

Schéma équivalent d'un moteur synchrone à aimants permanents





Résistance (du fil de la bobine)

Inductance (de la bobine)

Effet de la rotation du rotor

Source :
robots-et-compagnie.com
rs-online.com

Inductances

Schéma équivalent d'une machine à courant continu

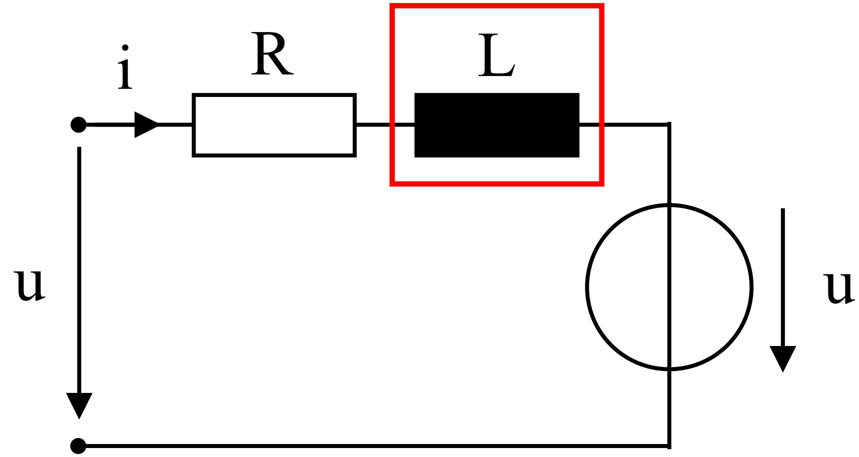
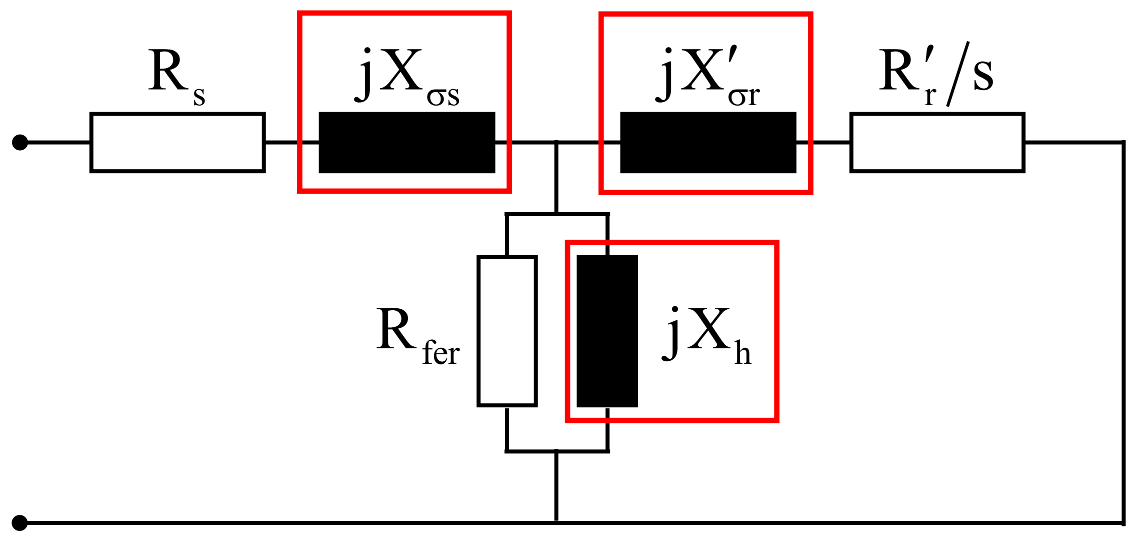


Schéma équivalent d'une machine asynchrone



$$\boxed{X = \omega L \ [\Omega]}$$

Sommaire

- Circuit magnétique équivalent
- Inductances
- Tension induite généralisée

Equations de Maxwell (quasi-statique)

forme intégrale (Stockes) $\longrightarrow$

$$\mathbf{rot}\ \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

S'il y a un courant il y a un champ magnétique

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{dS} = \sum_j \mathrm{i}_j$$

(loi d'Ampère)

$$\mathbf{rot}\ \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

S'il y a une variation du flux il y a une tension induite

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS}$$

(loi de Lenz-Faraday)

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

Pas de monopôle magnétique mais des paires de pôles

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H}$$

$$\mathbf{E} = \rho\ \mathbf{J}$$

équations de Maxwell sous forme intégrale ?

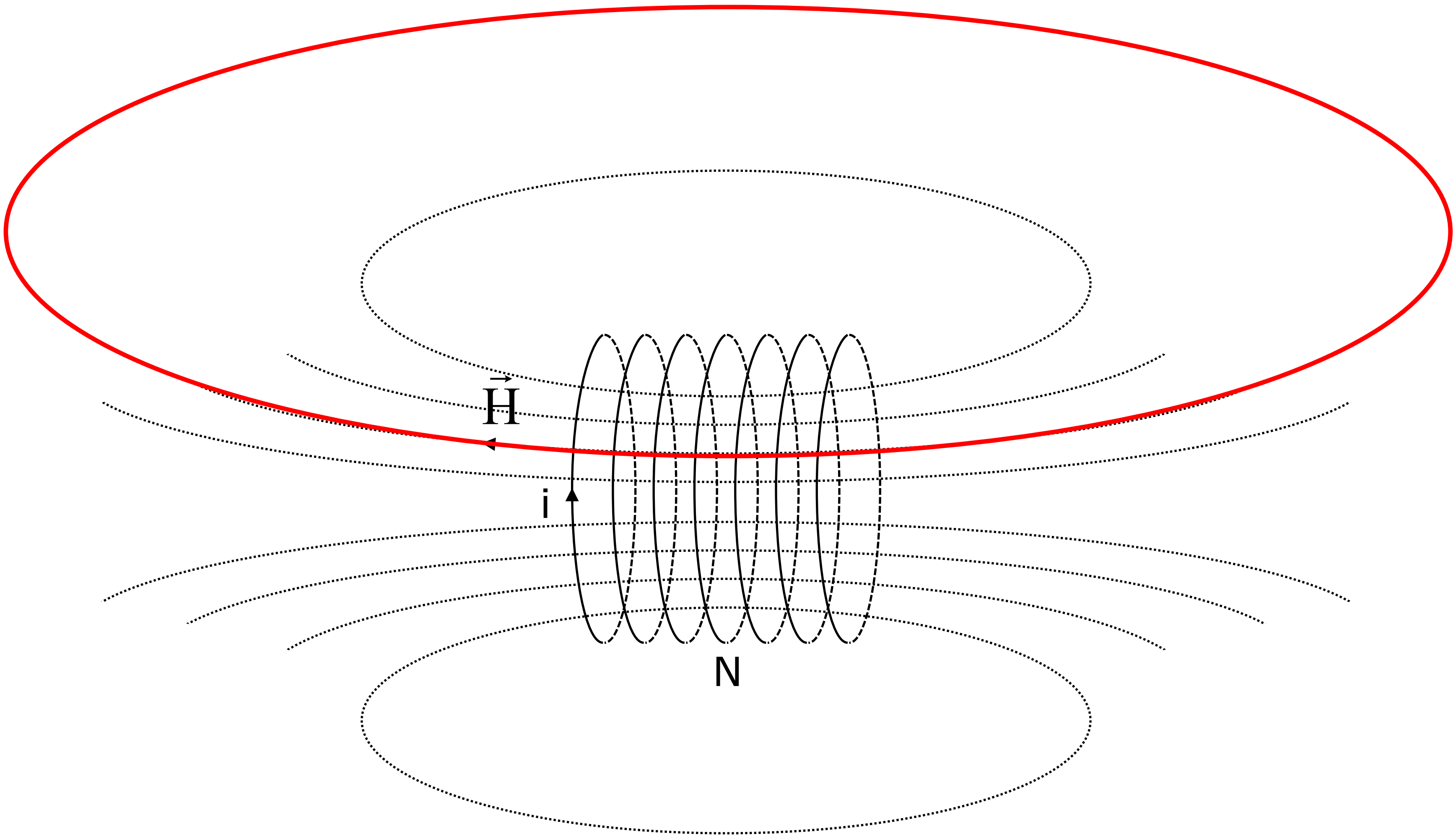
$\downarrow$

modèle de Kirchhoff

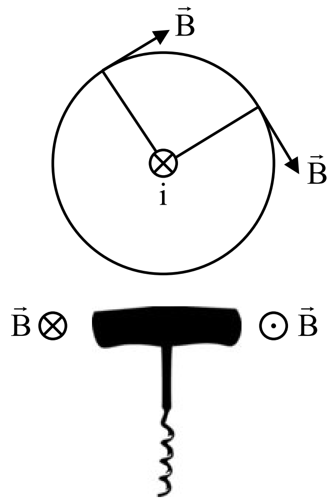
- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})

Potentiel magnétique scalaire (loi d'Ampère)

$$\Theta = \sum_{j} i_j = \oint_{C} \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} \quad [A] \longrightarrow \boxed{\Theta = N i}$$



Champ d'induction magnétique



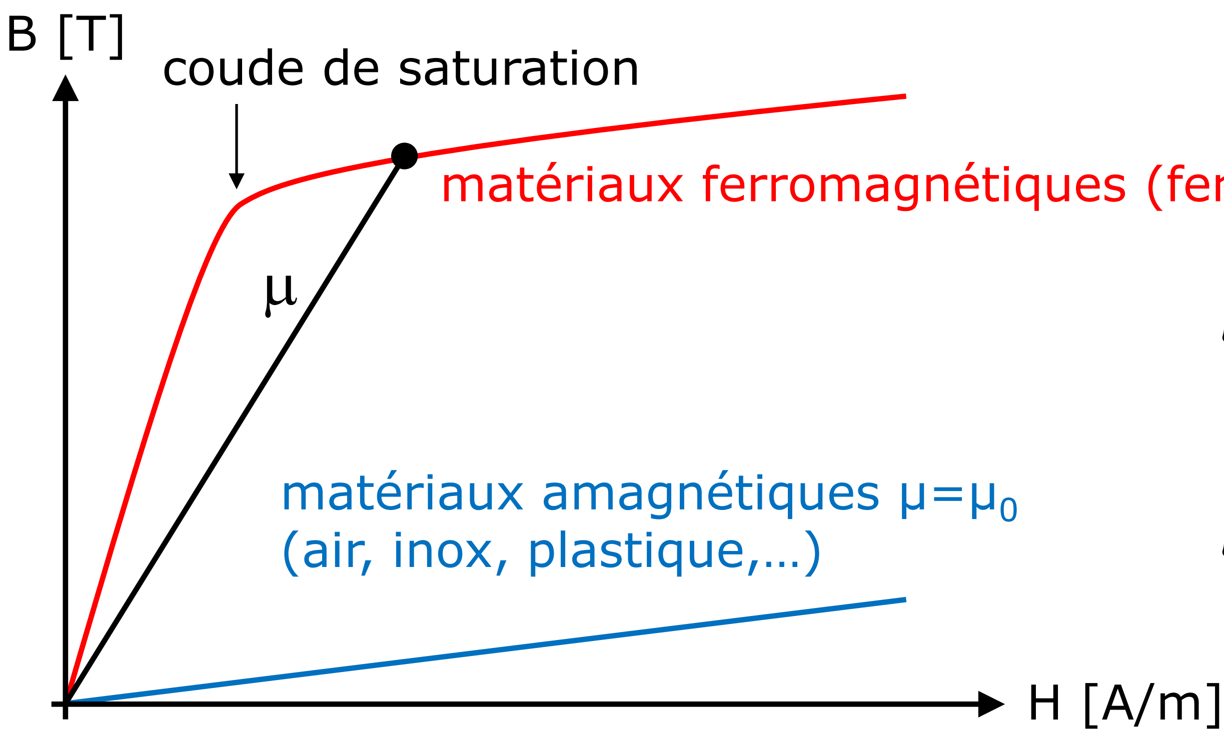
Champ d’induction magnétique

Perméabilité du matériau

Champ magnétique

(indépendant du milieu)

$$\mathbf{B} = \mu\, \mathbf{H}$$



Perméabilité du vide

Perméabilité relative

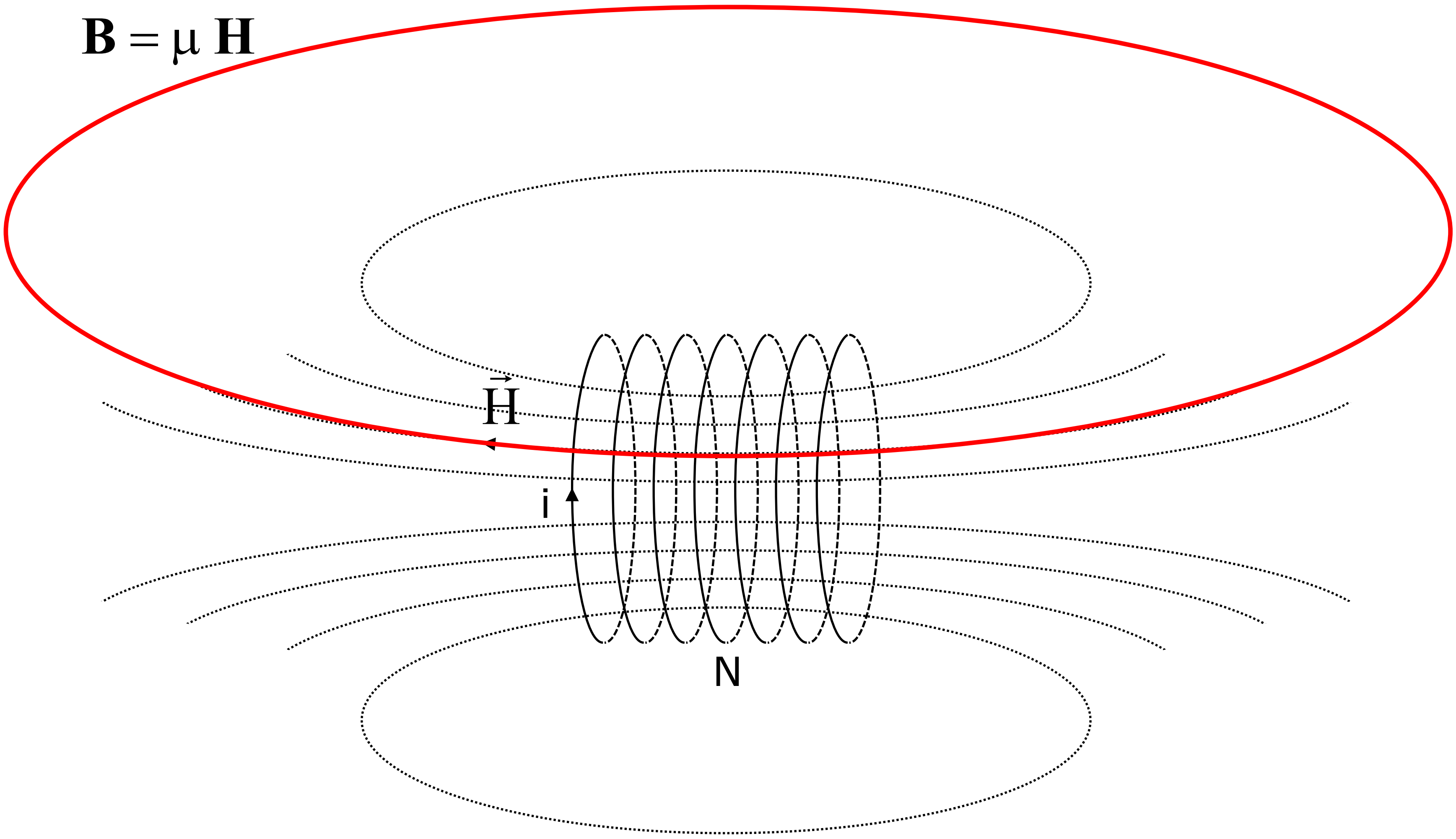
$$\mu = \mu_0\, \mu_r$$

$$\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$$

Potentiel magnétique scalaire (loi d'Ampère)

$$\Theta = \sum_j i_j = \oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} \quad [\mathrm{A}] \longrightarrow \boxed{\Theta = N i}$$

$$\mathbf{B} = \mu\, \mathbf{H}$$



Equations de Maxwell (quasi-statique)

forme intégrale (Stockes) $\longrightarrow$

$$\mathbf{rot\ H} = \mathbf{J}$$

S'il y a un courant il y a un champ magnétique

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{dS} = \sum_j \mathrm{i}_j$$

(loi d'Ampère)

$$\mathbf{rot\ E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

S'il y a une variation du flux il y a une tension induite

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS}$$

(loi de Lenz-Faraday)

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

Pas de monopôle magnétique mais des paires de pôles

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H}$$

$$\mathbf{E} = \rho\ \mathbf{J}$$

équations de Maxwell sous forme intégrale ?

$\downarrow$

modèle de Kirchhoff

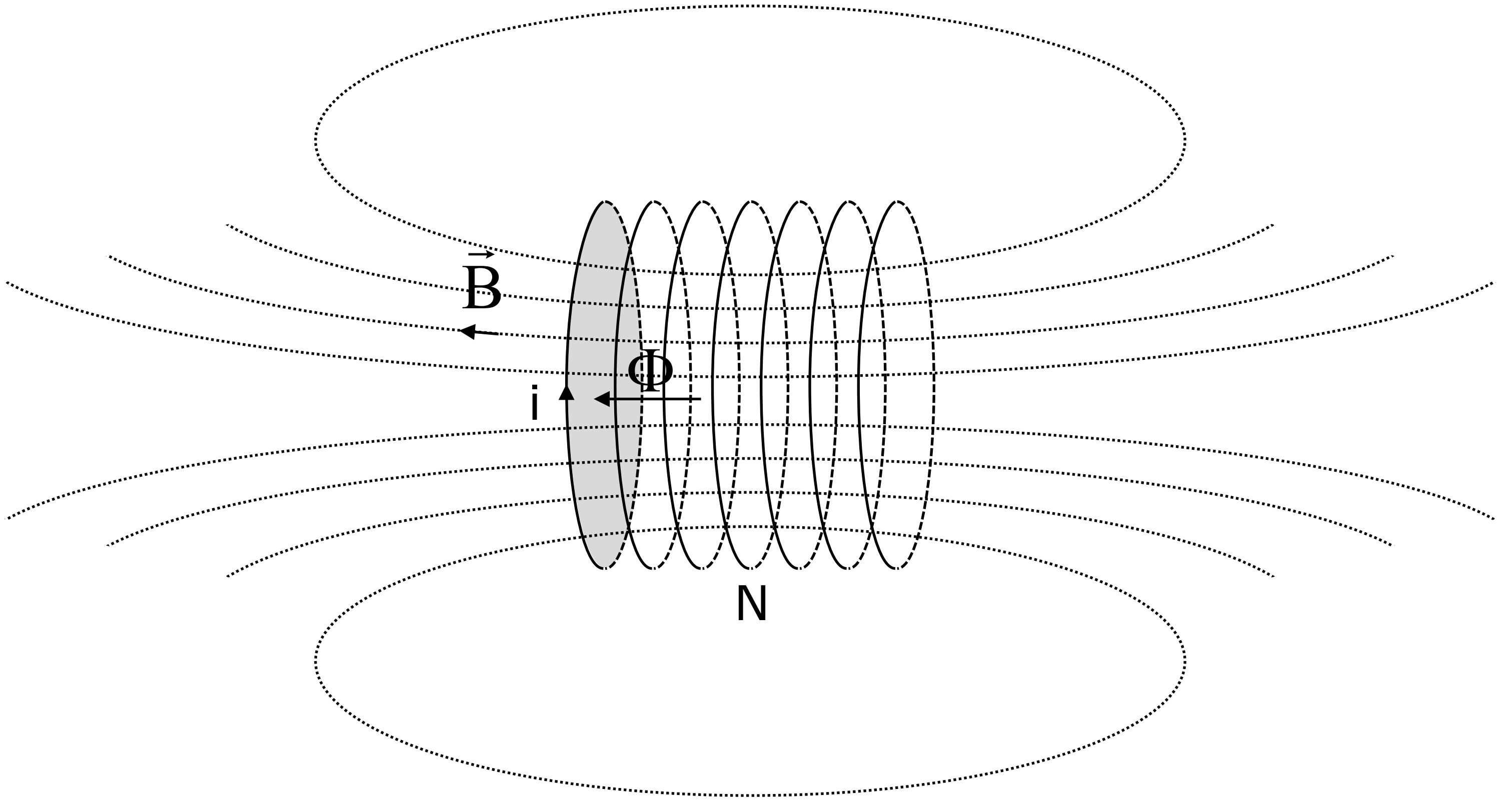
- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})

Flux d'induction magnétique

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} \qquad [\mathrm{Wb}]\,\mathrm{ou}\,[\mathrm{Vs}]$$

flux totalisé

$$\boxed{\Psi = N\,\Phi}$$



Equations de Maxwell (quasi-statique)

forme intégrale (Stockes) $\longrightarrow$

$$\mathbf{rot\ H} = \mathbf{J}$$

S'il y a un courant il y a un champ magnétique

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{dS} = \sum_j i_j$$ (loi d'Ampère)

$$\mathbf{rot\ E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

S'il y a une variation du flux il y a une tension induite

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS}$$ (loi de Lenz-Faraday)

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

Pas de monopôle magnétique mais des paires de pôles

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H}$$

$$\mathbf{E} = \rho\ \mathbf{J}$$

équations de Maxwell sous forme intégrale ?

$\downarrow$

modèle de Kirchhoff

- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})

Réluctance et perméance magnétique

En appliquant l'équation du potentiel magnétique à un tube de flux partiel.

$$\Theta_{AB} = \Phi \int_A^B \frac{dl}{\mu_0\, \mu_r\, S} \qquad \Theta_{AB} = R_m\, \Phi \qquad \boxed{\Phi = \Lambda\, \Theta}$$

$$R_m = \int_A^B \frac{dl}{\mu_0\, \mu_r\, S} \qquad \Lambda = 1/R_m \qquad \boxed{\Lambda = \mu \frac{S}{l}}$$

Réluctance magnétique

Perméance magnétique

Mise en parallèle de perméances

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \Lambda_1 \Theta + \Lambda_2 \Theta = \left(\Lambda_1 + \Lambda_2\right) \Theta \qquad \boxed{\Lambda_{\text{eq parallèle}} = \sum_k \Lambda_k}$$

Mise en série de perméances

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = \frac{1}{\Lambda_1}\Phi + \frac{1}{\Lambda_2}\Phi = \left(\frac{1}{\Lambda_1} + \frac{1}{\Lambda_2}\right)\Phi \qquad \boxed{\Lambda_{\text{eq série}} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Lambda_k}}}$$

Résumé et exemple

$$\Theta = N i$$

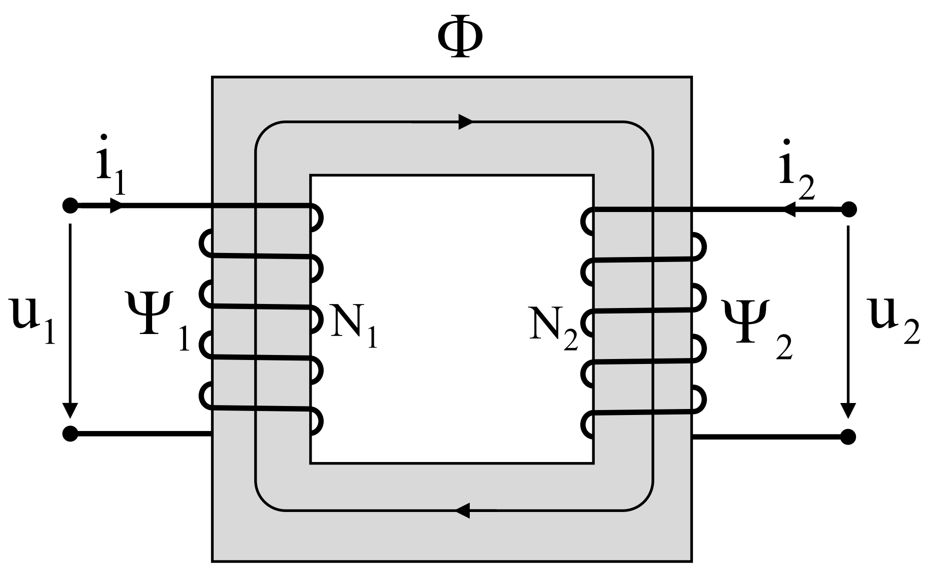
$$\Phi = \Lambda \, \Theta$$

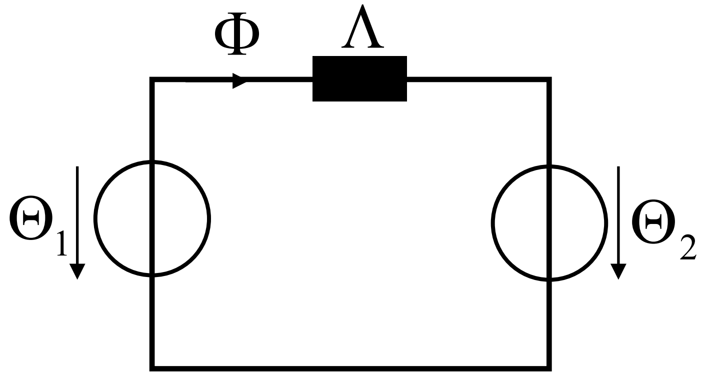
$$\Lambda = \mu \frac{S}{l}$$

$$\mu = \mu_0 \, \mu_r$$

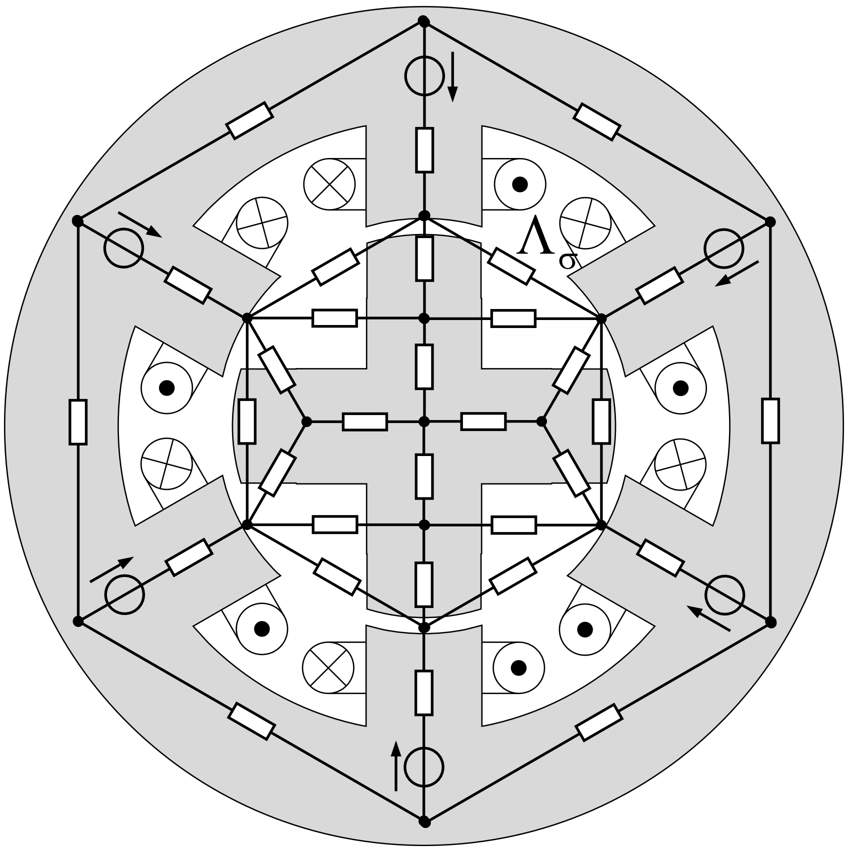
Modèle de Kirchhoff

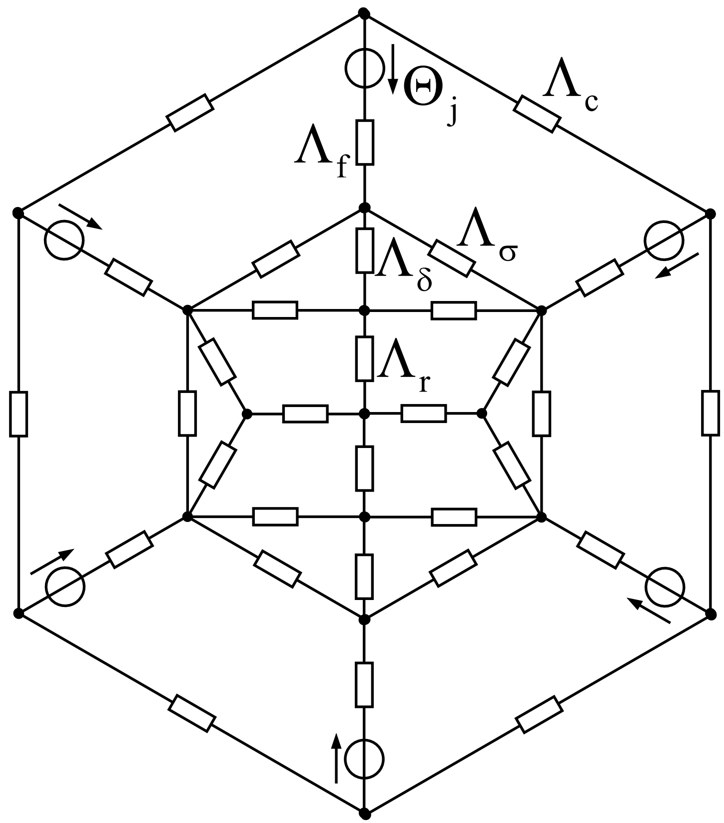
- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})





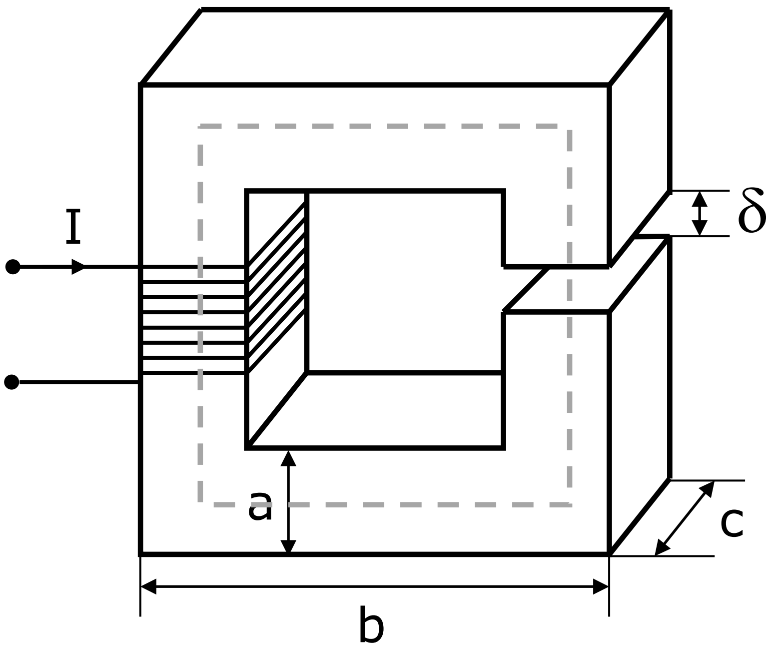
Exemple :
Modélisation d'un moteur pas à pas réluctant

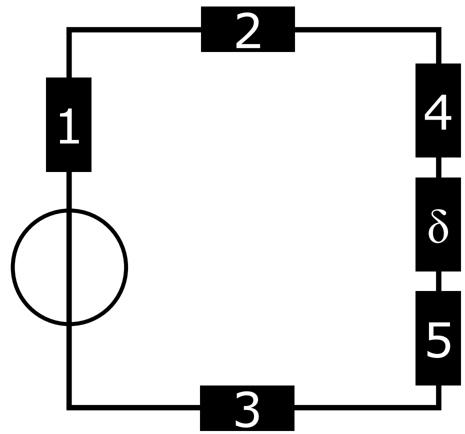




Exercice

Que vaut le flux d'induction magnétique circulant dans la bobine avec et sans entrefer ?





$$\Phi = \Lambda_{eq}\,\Theta \qquad \Theta = N\,i = 100\,[A]$$

$$\Theta = N\,i$$

$$\Phi = \Lambda\,\Theta$$

$$\Lambda = \mu\,\frac{S}{l}$$

$$\mu = \mu_0\,\mu_r$$

$$\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$$

$$\Lambda_{eq\ série} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Lambda_k}}$$

a=0.01m

b=0.1m

c=0.05m

I=1A

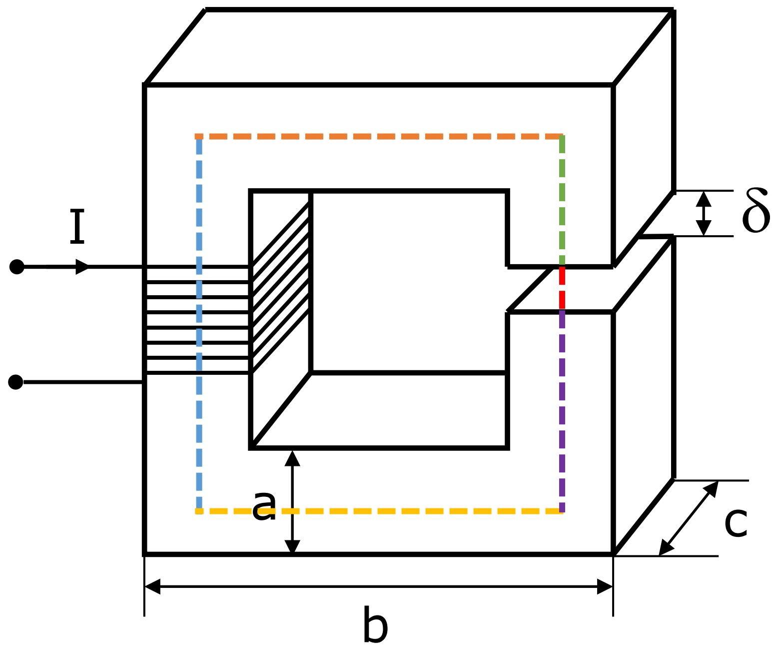
N=100

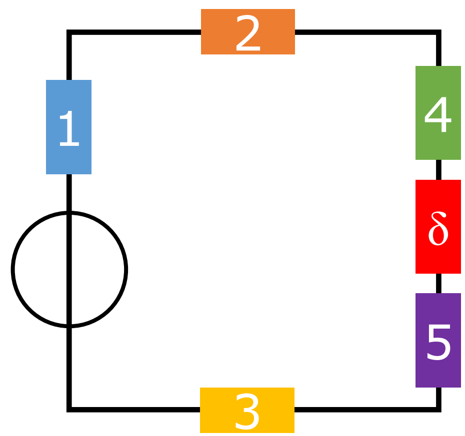
μ_{fer}=1000 μ_0

δ = 1mm

Exercice

Que vaut le flux d'induction magnétique circulant dans la bobine avec et sans entrefer ?





$$\Phi = \Lambda_{eq}\,\Theta \qquad \Theta = N i = 100[A] \qquad \frac{1}{\Lambda_{eq}} = \sum_k \frac{1}{\Lambda_k}$$

$$= \frac{l_1}{\mu_{fer} S} + \frac{l_2}{\mu_{fer} S} + \frac{l_3}{\mu_{fer} S} + \frac{l_4}{\mu_{fer} S} + \frac{\delta}{\mu_0 S} + \frac{l_5}{\mu_{fer} S}$$

$$= \frac{(l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5)}{\mu_{fer} S} + \frac{\delta}{\mu_0 S}$$

$$\Theta = N i$$

$$\Phi = \Lambda\,\Theta$$

$$\Lambda = \mu \frac{S}{l}$$

$$\mu = \mu_0\,\mu_r$$

$$\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$$

$$\Lambda_{eq\ série} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Lambda_k}}$$

a=0.01m

b=0.1m

c=0.05m

I=1A

N=100

μ_{fer}=1000 μ_0

δ = 1mm

Exercice

Que vaut le flux d'induction magnétique circulant dans la bobine avec et sans entrefer ?

$$\Phi = \Lambda_{eq}\,\Theta \qquad \Theta = N\,i = 100\,[A] \qquad \frac{1}{\Lambda_{eq}} = \sum_k \frac{1}{\Lambda_k}$$

$$= \frac{l_1}{\mu_{fer}\,S} + \frac{l_2}{\mu_{fer}\,S} + \frac{l_3}{\mu_{fer}\,S} + \frac{l_4}{\mu_{fer}\,S} + \frac{\delta}{\mu_0\,S} + \frac{l_5}{\mu_{fer}\,S}$$

$$= \frac{(l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5)}{\mu_{fer}\,S} + \frac{\delta}{\mu_0\,S}$$

$$\frac{\delta}{\mu_0\,S}\frac{\mu_{rfer}}{\mu_{rfer}} = \frac{\mu_{rfer}\,\delta}{\mu_{fer}\,S}$$

$$= \frac{(l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + \mu_{rfer}\,\delta + l_5)}{\mu_{fer}\,S}$$

$$S = a \cdot c = 5 \cdot 10^{-4}\,[m] \qquad \mu_{fer} = 1.26 \cdot 10^{-3}\left[\frac{Vs}{Am}\right]$$

$$\Lambda_{eq\,\delta=0mm} = 17.5 \cdot 10^{-7}\,[H] \qquad \boxed{\Phi_{\delta=0mm} = 175 \cdot 10^{-6}\,[Wb]}$$

$$\Lambda_{eq\,\delta=1mm} = 4.625 \cdot 10^{-7}\,[H] \qquad \boxed{\Phi_{\delta=1mm} = 46.25 \cdot 10^{-6}\,[Wb]}$$

$$\Theta = N\,i$$

$$\Phi = \Lambda\,\Theta$$

$$\Lambda = \mu\,\frac{S}{l}$$

$$\mu = \mu_0\,\mu_r$$

$$\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$$

$$\Lambda_{eq\ série} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Lambda_k}}$$

a=0.01m

b=0.1m

c=0.05m

I=1A

N=100

μ_{fer}=1000 μ_0

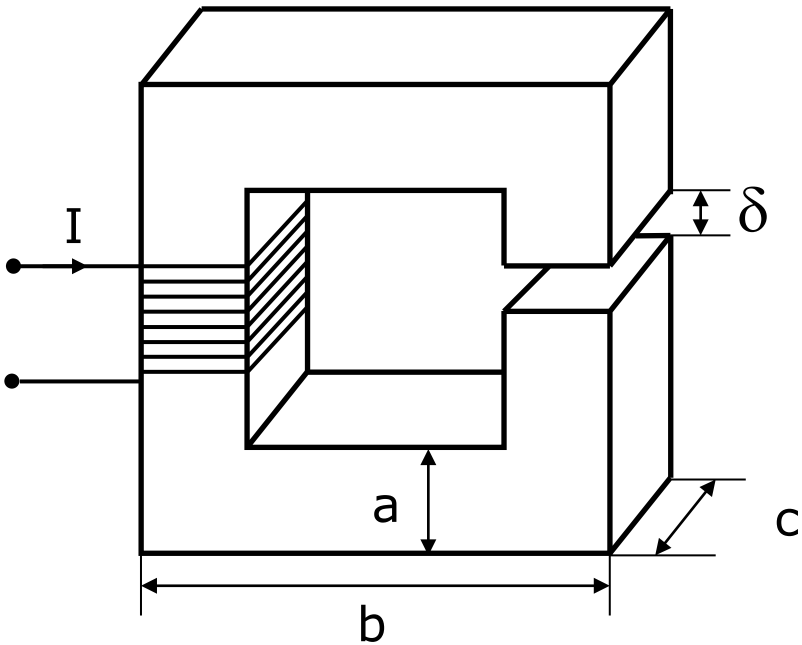
δ = 1mm

Exercice

Comparaison des valeurs du flux avec et sans entrefer.

$$\boxed{\begin{aligned}\Phi_{\delta=0\,\mathrm{mm}} &= 175\cdot 10^{-6}\,[\mathrm{Wb}]\\ \Phi_{\delta=1\,\mathrm{mm}} &= 46.25\cdot 10^{-6}\,[\mathrm{Wb}]\end{aligned}}$$

~4x moins ! En ajoutant 1mm d'air.



$$\mu_{fer} = \boxed{1000}\,\mu_0$$

$$\frac{1}{\Lambda_{\text{eq série}}} = \frac{\left(l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + \boxed{\mu_{rfer}}\,\delta + l_5\right)}{\mu_{fer}\,S}$$

Pour μ_r=1000 quand on ajoute 1mm d'air c'est comme si l'on ajoute 1mètre de fer dans le circuit magnétique (longueur équivalente).

$$l_{\text{eq pour }\delta=0\,\mathrm{mm}} = 36\,\mathrm{cm}$$

$$l_{\text{eq pour }\delta=1\,\mathrm{mm}} = 1.359\,\mathrm{m}$$

~4x plus

Sommaire

- Circuit magnétique équivalent
- Inductances
- Tension induite généralisée

Inductances

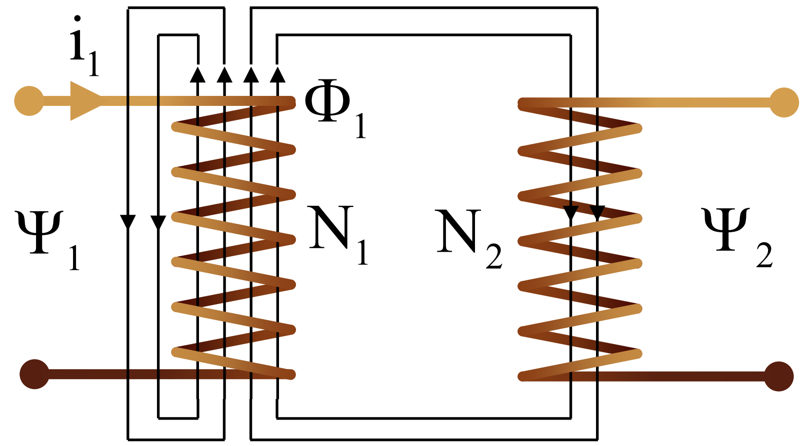
$$\Psi_1 = N_1 \Phi_1 = N_1^2 \Lambda_{11} i_1$$

$$\left.\begin{aligned} \Phi_1 &= \Lambda_{11} \Theta_1 \\ \Theta_1 &= N_1 i_1 \end{aligned}\right\}$$

Ψ = flux totalisé
Λ = perméance
N = nombre de spires

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS}$$

$$\boxed{\Psi = L\, i}$$



inductance propre $\boxed{L_{11} = \frac{\Psi_1}{i_1}} = L_{h1} + L_{\sigma 1}$

$$\boxed{L_{h1} = N_1^2 \Lambda_{h1} = \text{inductance de champ principal}}$$

$$\boxed{L_{\sigma 1} = N_1^2 \Lambda_{\sigma 1} = \text{inductance de fuite}}$$

$$\Psi_2 = N_2 \Phi_{21} = N_1 N_2 \Lambda_{21} i_1$$

$$\Phi_{21} = \Lambda_{21} \Theta_1$$

inductance mutelle $\boxed{L_{21} = \frac{\Psi_2}{i_1} = N_1 N_2 \Lambda_{21}}$

$$\Lambda_{21} = \Lambda_{12}$$

$$L_{21} = L_{12}$$

Sommaire

- Circuit magnétique équivalent
- Inductances
- Tension induite généralisée

Equations de Maxwell (quasi-statique)

forme intégrale (Stockes)

$$\mathbf{rot\ H} = \mathbf{J}$$

S'il y a un courant il y a un champ magnétique

$$\oint_C \mathbf{H}\cdot\mathbf{dl} = \int_S \mathbf{J}\cdot\mathbf{dS} = \sum_j \mathrm{i}_j$$

(loi d'Ampère)

$$\mathbf{rot\ E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

S'il y a une variation du flux il y a une tension induite

$$\oint_C \mathbf{E}\cdot\mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot\mathbf{dS}$$

(loi de Lenz-Faraday)

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

Pas de monopôle magnétique mais des paires de pôles

$$\oint_S \mathbf{B}\cdot\mathbf{dS} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H}$$

$$\mathbf{E} = \rho\ \mathbf{J}$$

équations de Maxwell sous forme intégrale ?

↓

modèle de Kirchhoff

- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})

Loi de la tension induite (loi de Lenz-Faraday)

$$\oint_C \mathbf{E}\cdot\mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\cdot\mathbf{dS}$$

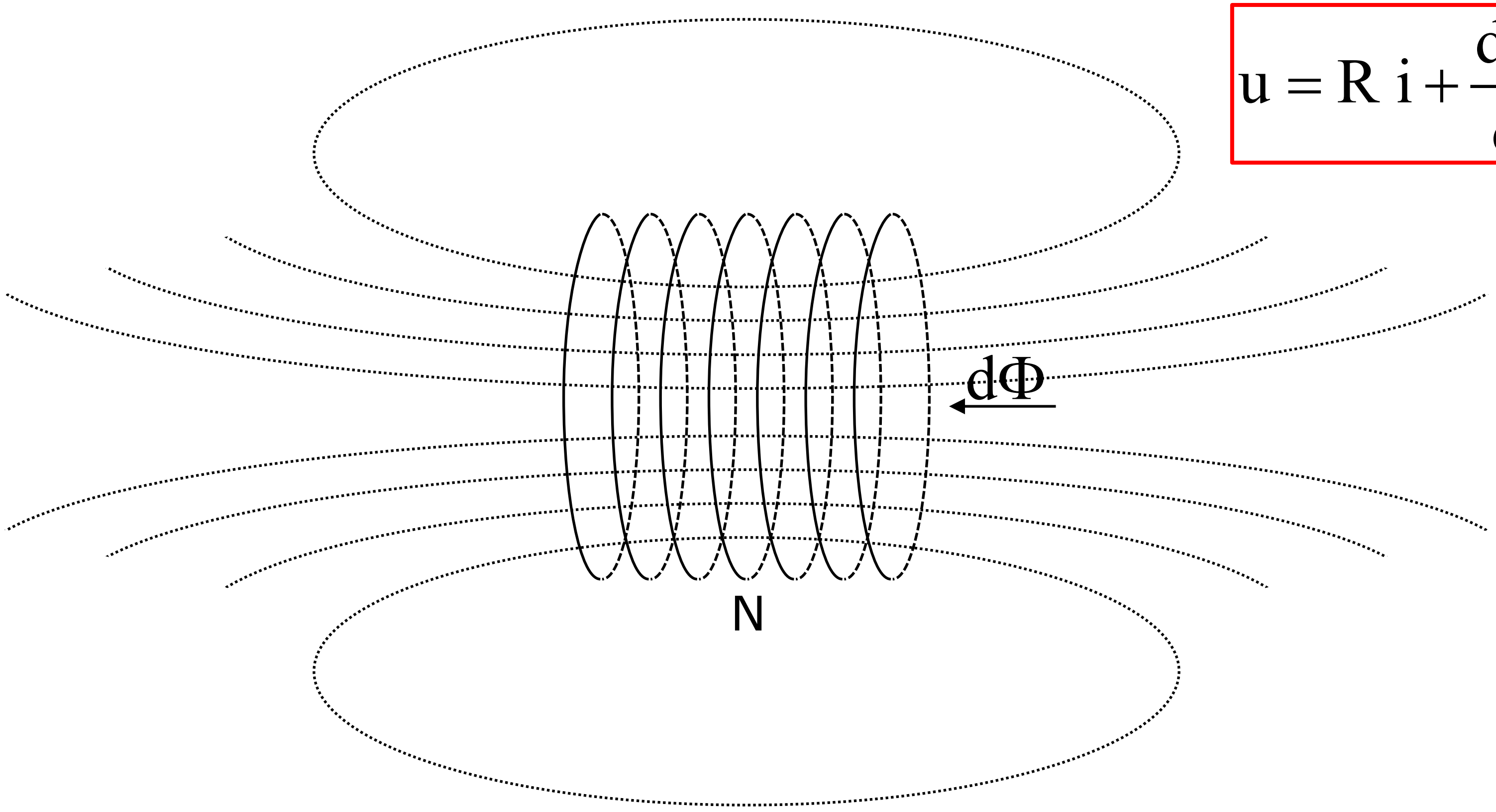
flux totalisé

$$\boxed{\Psi = \mathrm{N}\,\Phi}$$

$$-u + R\,i = -\frac{d(\mathrm{N}\,\Phi)}{dt} \longrightarrow u = R\,i + \frac{d(\mathrm{N}\,\Phi)}{dt}$$

loi d'Ohm généralisée

$$\boxed{u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt}}$$

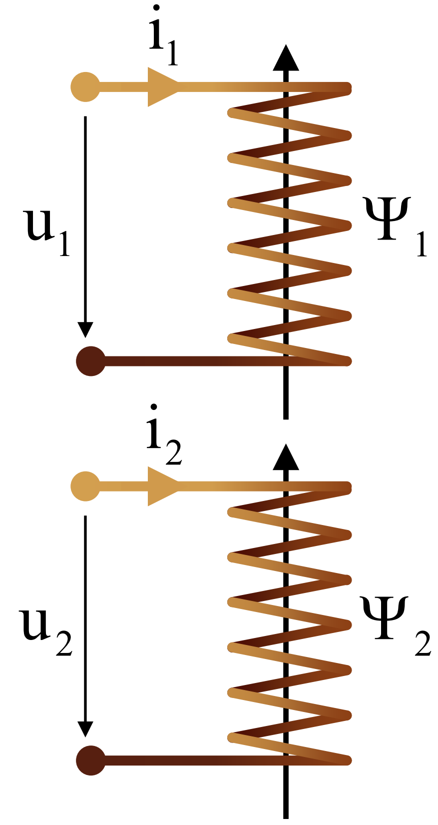


Tension induite généralisée

$$u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt}$$

$$u_1 = R_1\, i_1 + L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$$

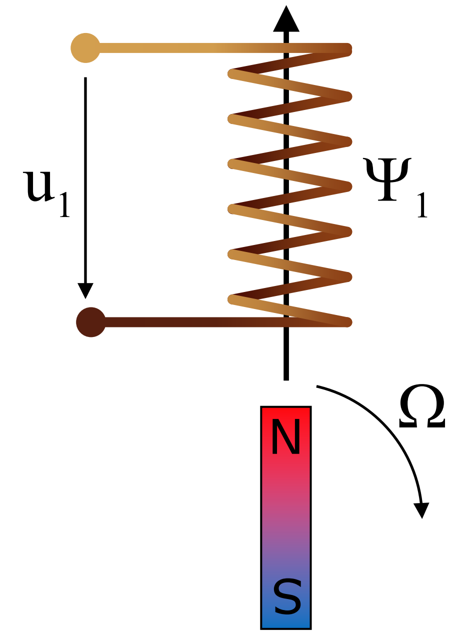
$$u_1 = R_1\, i_1 + \left(L_{h1} + L_{\sigma 1}\right)\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$$

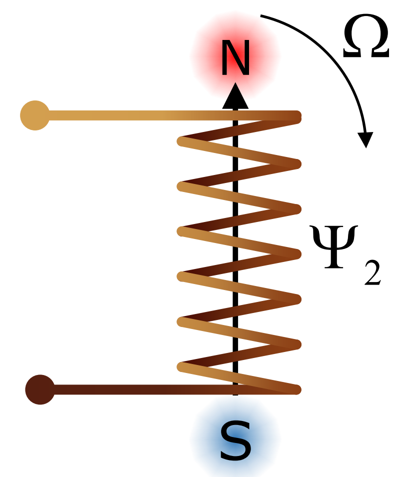


Tension induite généralisée

$$u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt}$$

$$u_1 = R_1\,i_1 + L_{11}\frac{di_1}{dt} + k_\Phi \overbrace{\frac{d\alpha}{dt}}^{\Omega(t)}$$

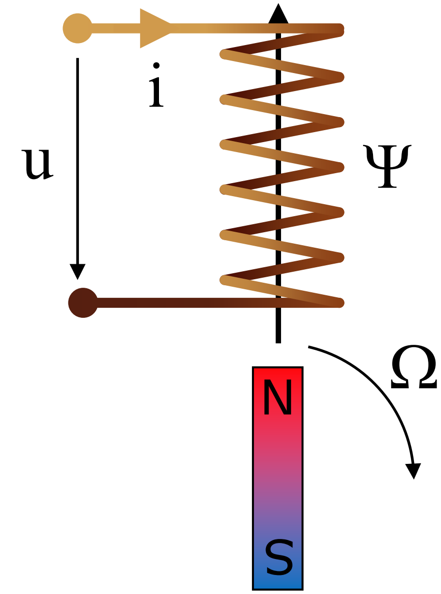


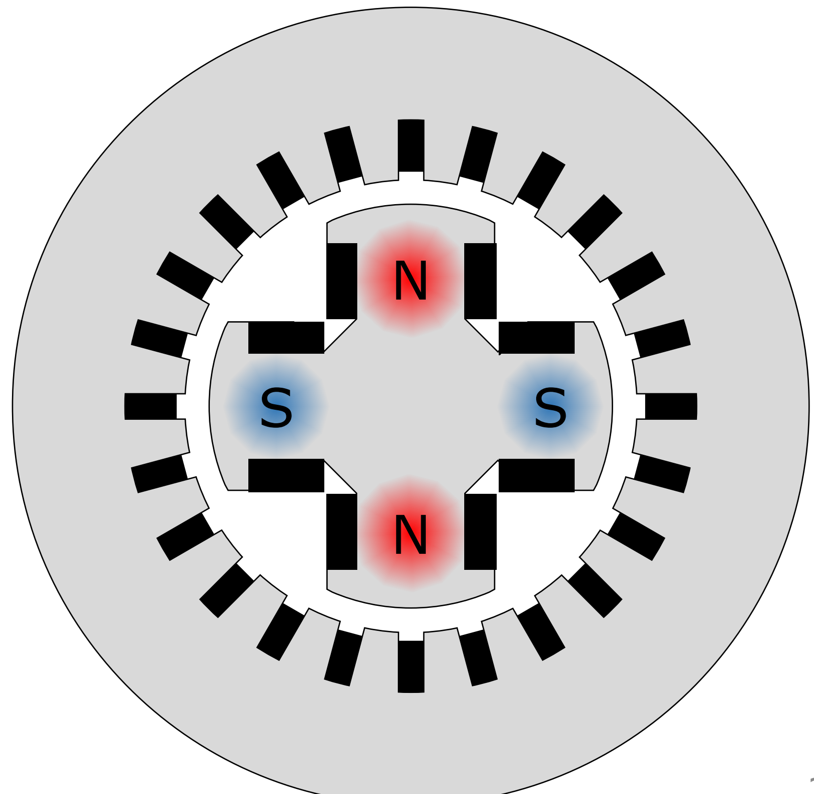


Tension induite généralisée

$$u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt}$$

$$u = R\,i + \underbrace{L\frac{di}{dt}}_{\text{Tension induite de transformation}} + \underbrace{k_{\Phi}\Omega}_{\text{Tension induite de mouvement}}$$





Sommaire

- Circuit magnétique équivalent
- Inductances
- Caractéristique B-H et pertes fer
- Tension induite généralisée
- Résumé

Résumé

Analogie entre circuits électriques et magnétiques

Potentiel magnétique (tension) $\Theta = N i = H l$

Flux d'induction magnétique (courant) $\Phi = B S$

longueur

Flux totalisé $\Psi = N \Phi$

Perméance (résistance^{-1}) $\Lambda = \mu \dfrac{S}{l}$

Perméabilité $\mu = \mu_0 \mu_r \longrightarrow \mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$

Loi d'Ohm $\Phi = \Lambda \Theta$

Mise en parallèle de perméances $\Lambda_{\text{eq parallèle}} = \sum_k \Lambda_k$

Mise en série de perméances $\Lambda_{\text{eq série}} = \dfrac{1}{\sum_k \dfrac{1}{\Lambda_k}}$

Résumé

Flux totalisé $\Psi = N\,\Phi = L\,i$

Loi d'Ohm généralisée $u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt} = R\,i + L\frac{di}{dt} + k_\Phi \Omega$

Inductance propre $L_{11} = N_1^2\,\Lambda_{11}$

Inductance de champ principal $L_{h1} = N_1^2\,\Lambda_h$

Inductance de fuite $L_{\sigma 1} = N_1^2\,\Lambda_{\sigma 1}$

Inductance mutuelle $L_{12} = N_1 N_2 \Lambda_{12}$